Analisis dan Implementasi Metode Interpolasi Newton dalam Pemecahan Masalah Numerik

---

Bayu Setiawan Yusuf[1], Danang Bayu Pratama[2], Saesar Hagi[3], Trimukti Jiantoro[4], Aji Putra Ramadhani[5], Mulya Djaya Winata[6], **Aris Gunaryati, S.Si, MMSI[7]**

[1,2,3,4,5,6] **Informatika, Fakultas Teknologi Komunikasi Informatika, Universitas Nasional**

bayusetiawanyusuf27@gmail.com[1], dimassucipto646@gmail.com[2], ehhgii96@gmail.com[3], aji2004.tmj@gmail.com[4], ajiputra14112003@gmail.com[5], mulyadjayawinata139@gmail.com[6], aris.gunaryati@civitas.unas.ac.id[7]

Abstrak

Makalah ini membahas tentang metode Interpolasi Newton, sebuah teknik numerik yang digunakan untuk memperkirakan nilai-nilai antara titik-titik data yang diketahui. Interpolasi Newton merupakan salah satu metode interpolasi polinomial yang efisien dan sering digunakan dalam berbagai aplikasi ilmiah dan teknik. Penelitian ini menjelaskan prinsip dasar, formulasi matematika, dan algoritma Interpolasi Newton. Selain itu, makalah ini juga menganalisis kelebihan dan keterbatasan metode ini dibandingkan dengan metode interpolasi lainnya. Beberapa contoh aplikasi praktis disajikan untuk mengilustrasikan penggunaan Interpolasi Newton dalam menyelesaikan masalah nyata. Hasil penelitian menunjukkan bahwa Interpolasi Newton memiliki keunggulan dalam hal fleksibilitas dan kemudahan implementasi, terutama ketika menangani data yang tidak merata atau ketika titik-titik interpolasi perlu ditambahkan secara bertahap.

Kata kunci: Interpolasi Newton, metode numerik, interpolasi polinomial, analisis numerik, aproksimasi fungsi, komputasi ilmiah.

Abstract

This paper discusses the Newton Interpolation method, a numerical technique used to estimate values between known data points. Newton Interpolation is an efficient polynomial interpolation method widely used in various scientific and engineering applications. This research explains the basic principles, mathematical formulation, and algorithm of Newton Interpolation. Additionally, the paper analyzes the advantages and limitations of this method compared to other interpolation techniques. Several practical applications are presented to illustrate the use of Newton Interpolation in solving real-world problems. The results show that Newton Interpolation excels in flexibility and ease of implementation, especially when dealing with unevenly spaced data or when interpolation points need to be added incrementally.

Keywords: Newton Interpolation, numerical methods, polynomial interpolation, numerical analysis, function approximation, scientific computing.

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Dalam dunia ilmu pengetahuan dan teknologi, data yang diperoleh dari berbagai eksperimen dan pengamatan sering kali tidak lengkap atau terputus-putus. Untuk menganalisis data tersebut, diperlukan metode untuk memperkirakan nilai-nilai antara titik data yang diketahui. Salah satu teknik yang umum digunakan untuk tujuan adalah interpolasi. Interpolasi merupakan proses matematika untuk menemukan nilai baru di dalam rentang kumpulan data diskret yang sudah diketahui. Metode interpolasi yang efisien dan sering digunakan adalah metode interpolasi Newton.

Metode interpolasi Newton, yang diperkenalkan oleh Isaac Newton, adalah salah satu teknik interpolasi polinomial yang paling sederhana dan efektif. Metode memanfaatkan perbedaan terbagi (divided differences) untuk membangun polinomial interpolasi. Keunggulan metode terletak pada kemampuannya untuk menangani data yang tidak beraturan (nonuniform) serta mudahnya memperbarui polinomial ketika data baru ditambahkan. Hal membuat metode interpolasi Newton sangat berguna dalam berbagai aplikasi ilmiah dan teknis.

Penggunaan interpolasi Newton tidak hanya terbatas pada bidang matematika, tetapi juga meluas ke berbagai disiplin ilmu seperti fisika, teknik, dan ilmu komputer. Misalnya, dalam bidang fisika, interpolasi digunakan untuk memprediksi nilai yang tidak terukur secara langsung dalam eksperimen. Dalam teknik, interpolasi membantu dalam desain dan analisis sistem yang kompleks. Di bidang ilmu komputer, interpolasi digunakan dalam grafik komputer, pemrosesan citra, dan machine learning untuk memperkirakan nilai dan fungsi yang tidak diketahui.

Meskipun metode interpolasi Newton memiliki banyak kelebihan, masih ada tantangan dalam penerapannya, terutama terkait dengan kestabilan numerik dan efisiensi komputasi ketika jumlah data sangat besar. Oleh karena itu, penting untuk memahami prinsip dasar dan implementasi praktis dari metode untuk mengoptimalkan penggunaannya dalam berbagai situasi. berdasarkan latar belakang tersebut, makalah bertujuan untuk menjelaskan konsep dasar interpolasi, khususnya metode interpolasi Newton, serta menerapkan metode pada contoh kasus yang relevan. Diharapkan makalah dapat memberikan wawasan yang lebih mendalam mengenai interpolasi Newton dan menjadi panduan praktis bagi mereka yang tertarik dalam analisis data dan penerapannya.

Fungsi dekatan, dan salah satu metode penyelesaiannya dinamakan metodaprinsipsubstitusi. Mata kuliah metode numerik ada materi Interpolasi linear dan kuadratik.Materi dapat diaplikasikan dalam kehidupan sehari-hari. Interpolasi digunakan untuk menentukan titiktitik yang lain berdasarkan fungsi pendekatan yang ditentukan sebelumnya.

1.2 Tujuan Penelitian

Penelitian bertujuan untuk mengeksplorasi, memahami, dan mengaplikasikan metode interpolasi Newton dalam analisis data. Secara spesifik, tujuan penelitian adalah sebagai berikut:

1. Memahami Konsep Dasar Interpolasi Newton: Menjelaskan prinsip-prinsip dasar dari metode interpolasi Newton, termasuk sejarah, teori matematika yang mendasari, dan formulasi perbedaan terbagi yang digunakan dalam metode .
2. Mengembangkan Implementasi Praktis: Mengembangkan implementasi metode interpolasi Newton menggunakan bahasa pemrograman Python, termasuk penulisan algoritma untuk menghitung koefisien dan nilai polinomial interpolasi pada titik-titik tertentu.
3. Mengaplikasikan Interpolasi Newton pada Contoh Kasus: Mengaplikasikan metode interpolasi Newton pada berbagai contoh kasus yang relevan, seperti analisis data eksperimen, prediksi nilai antara titik data yang diketahui, dan pemrosesan citra. Melalui contoh kasus , diharapkan dapat ditunjukkan keunggulan dan kelemahan metode dalam situasi nyata.

Dengan mencapai tujuan-tujuan tersebut, penelitian diharapkan dapat memberikan kontribusi yang signifikan dalam pemahaman dan penerapan metode interpolasi Newton, serta memberikan wawasan yang berguna bagi para praktisi dan peneliti di bidang analisis data dan ilmu pengetahuan terapan.

METODE PENELITIAN

2.1 Metode Meta Analisis

Meta-analisis adalah metode penelitian yang digunakan untuk menggabungkan hasil dari beberapa studi independen yang telah dilakukan sebelumnya pada topik yang sama. Tujuannya adalah untuk memperoleh kesimpulan yang lebih kuat dan lebih umum dengan mengintegrasikan data dari berbagai sumber. Meta-analisis sering digunakan dalam ilmu kesehatan, psikologi, pendidikan, dan bidang lainnya untuk menjawab pertanyaan penelitian yang kompleks dengan cara yang lebih komprehensif.

PEMBAHASAN

3.1 Pengertian Interpolasi Newton

Interpolasi Newton adalah salah satu metode dalam analisis numerik yang digunakan untuk memperkirakan nilai fungsi pada titik-titik yang berada di antara sekumpulan titik data yang diketahui. Metode dinamai berdasarkan Sir Isaac Newton yang mengembangkan teknik . Interpolasi Newton menggunakan polinomial untuk membentuk fungsi yang melalui semua titik data yang diberikan.

Pada dasarnya, interpolasi adalah proses menemukan fungsi yang mendekati hubungan antara titik-titik data. Interpolasi polinomial adalah salah satu jenis interpolasi di mana fungsi yang mendekati data tersebut adalah polinomial. Metode Newton menggunakan perbedaan terbagi (divided differences) untuk membentuk polinomial tersebut.

Interpolasi Newton memiliki dua bentuk utama:

1. Interpolasi Newton Maju (Newton's Forward Interpolation)
   Digunakan ketika titik-titik data memiliki interval yang seragam (sama jaraknya). Polinomial Newton Maju dibangun menggunakan perbedaan maju (forward differences).
2. Interpolasi Newton Mundur (Newton's Backward Interpolation)
   Digunakan ketika titiktitik data juga memiliki interval yang seragam, namun perhitungan dilakukan dari titik data terakhir ke titik data pertama. Polinomial Newton Mundur dibangun menggunakan perbedaan mundur (backward differences).

Namun, interpolasi Newton yang lebih umum dikenal adalah Interpolasi Newton dengan Perbedaan Terbagi(Newton's Divided Difference Interpolation). Metode tidak memerlukan titik data yang memiliki interval seragam, sehingga lebih fleksibel dan dapat digunakan pada data yang tidak beraturan.

Polinomial Newton

Interpolasi Newton dengan perbedaan terbagi dinyatakan dalam bentuk polinomial Newton sebagai berikut:

$$ P(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)(x - x_1) + \ldots + a_n(x - x_0)(x - x_1) \ldots (x - x_{n-1}) $$

di mana:

- $x_0, x_1, \ldots, x_n$ adalah titik-titik data yang diketahui.
- $a_0, a_1, \ldots, a_n$ adalah koefisien yang dihitung menggunakan perbedaan terbagi.

Perbedaan Terbagi (Divided Differences)

Perbedaan terbagi adalah cara untuk menghitung koefisien a_i dalam polinomial Newton. Koefisien dihitung secara rekursif dengan formula:

$$ f[x_i] = y_i $$

$$ f[x_i, x_{i+1}] = \frac{f[x_{i+1}] - f[x_i]}{x_{i+1} - x_i} $$

$$ f[x_i, x_{i+1}, x_{i+2}] = \frac{f[x_{i+1}, x_{i+2}] - f[x_i, x_{i+1}]}{x_{i+2} - x_i} $$

dan seterusnya hingga koefisien a_n dihitung. Setiap koefisien a_i merupakan perbedaan terbagi yang melibatkan sejumlah titik data.

Keunggulan:

- Fleksibilitas: Metode tidak memerlukan titik data yang berjarak sama, sehingga dapat digunakan pada data yang tidak beraturan.
- Efisiensi: Polinomial Newton dapat diperbarui dengan mudah saat titik data baru ditambahkan tanpa perlu menghitung ulang seluruh polinomial dari awal.

Kelemahan:

- Osilasi: Untuk jumlah titik data yang besar, polinomial interpolasi dapat mengalami osilasi yang tidak diinginkan, yang dikenal sebagai fenomena Runge.
- Kompleksitas Komputasi: Perhitungan perbedaan terbagi memerlukan operasi aritmatika berulang yang bisa menjadi kompleks dan memakan waktu.

Interpolasi Newton adalah alat yang kuat dalam analisis numerik yang menawarkan cara efisien untuk memperkirakan nilai fungsi pada titik-titik antara data yang diketahui, asalkan penggunaannya disesuaikan dengan karakteristik dan kebutuhan data yang dianalisis.

3.2 Implementasi Penerapan Hasil Kelompok Interpolasi Newton

penerapan implementasi dengan menghitung titik interpolasi baru dengan angka angka yang berbeda pada program phyton

di baawah ini adalah titik interpolasi dengan titik (1, 5, 50) yang dimana setiap angka akan berbeda meski menggunakan data yang sama

x	y
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
Newton Coefficients	
a0	1
a1	3
a2	1
a3	0
a4	0
Interpolat	Interpolated y
1	-12
1,081633	-10,2457
1,163265	-8,58044
1,244898	-7,01256
1,326531	-5,54914
1,408163	-4,19623
1,489796	-2,95884

di baawah ini adalah titik interpolasi dengan titik (0, 10, 100) yang dimana setiap angka akan berbeda meski menggunakan data yang sama

x	y
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
Newton Coefficients	
a0	1
a1	3
a2	1
a3	0
a4	0
Interpolat	Interpolated y
0	-36
0,10101	-33,7941
0,20202	-31,4463
0,30303	-28,9963
0,40404	-26,481
0,505051	-23,935
0,606061	-21,3903
0,707071	-18,8765

di baawah ini adalah titik interpolasi dengan titik (2, 20, 200) yang dimana setiap angka akan berbeda meski menggunakan data yang sama

x	y
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
Newton Coefficients	
a0	1
a1	3
a2	1
a3	0
a4	0
Interpolat	Interpolated y
2	2
2,090452	2,379434
2,180905	2,616976
2,271357	2,719477
2,361809	2,695392
2,452261	2,554786
2,542714	2,309328
2,633166	1,972294
2,723618	1,558567
2,81407	1,084635

di baawah ini adalah titik interpolasi dengan titik (3, 30, 300) yang dimana setiap angka akan berbeda meski menggunakan data yang sama

x	y
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
Newton Coefficients	
a0	1
a1	3
a2	1
a3	0
a4	0
Interpolat	Interpolated y
3	0
3,090301	-0,53806
3,180602	-1,05309
3,270903	-1,52063
3,361204	-1,91457
3,451505	-2,20726
3,541806	-2,38942
3,632107	-2,37017
3,722408	-2,17707
3,812709	-1,75604

di baawah ini adalah titik interpolasi dengan titik (4, 40, 400) yang dimana setiap angka akan berbeda meski menggunakan data yang sama

1	x	y
2	1	1
3	2	4
4	3	9
5	4	16
6	5	25
7		
8	Newton Coefficients	
9	a0	1
10	a1	3
11	a2	1
12	a3	0
13	a4	0
14		
15	Interpolat	Interpolated y
16	4	0
17	4,090226	1,250563
18	4,180451	3,083623
19	4,270677	5,24123
20	4,360902	7,667023
21	4,451128	11,00623
22	4,541353	14,70567
23	4,631579	19,01376
24	4,721805	23,98049
25	4,81203	29,65746

di baawah ini adalah titik interpolasi dengan titik (0, 20, 500) yang dimana setiap angka akan berbeda meski menggunakan data yang sama

1	x	y
2	1	1
3	2	4
4	3	9
5	4	16
6	5	25
7		
8	Newton Coefficients	
9	a0	1
10	a1	3
11	a2	1
12	a3	0
13	a4	0
14		
15	Interpolat	Interpolated y
16	0	-36
17	0,04008	-35,1443
18	0,08016	-34,2624
19	0,12024	-33,3566
20	0,160321	-32,4301
21	0,200401	-31,4849
22	0,240481	-30,5234
23	0,280561	-29,5482
24	0,320641	-28,5614
25	0,360721	-27,5654

3.3 Jenis Jenis Interpolasi

Interpolasi adalah metode matematika yang digunakan untuk memperkirakan nilai suatu fungsi pada titik-titik yang berada di antara sekumpulan titik data yang diketahui. Ada berbagai jenis interpolasi yang digunakan dalam analisis numerik, masing-masing dengan kelebihan dan kekurangannya sendiri. Berikut adalah beberapa jenis interpolasi yang umum digunakan:

1. Interpolasi Linear Interpolasi linear adalah metode interpolasi yang paling sederhana. Metode ini menggunakan garis lurus untuk menghubungkan dua titik data yang berdekatan.
   $$ y = y_1 + \frac{(x - x_1)(y_2 - y_1)}{x_2 - x_1} $$
2. Interpolasi Polinomial Interpolasi polinomial menggunakan polinomial untuk menghubungkan semua titik data yang diketahui. Polinomial derajat n digunakan untuk $n+1$ titik data.
   $$ P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n $$

3. Interpolasi Lagrange Interpolasi Lagrange menggunakan polinomial Lagrange untuk membangun polinomial interpolasi. Ini tidak memerlukan perhitungan koefisien secara eksplisit.

   $$ L(x) = \sum_{i=0}^{n} y_i \prod_{\substack{0 \le j \le n \\ j \ne i}} \frac{x - x_j}{x_i - x_j} $$

4. Interpolasi Newton Interpolasi Newton menggunakan perbedaan terbagi (divided differences) untuk membangun polinomial interpolasi. Ada dua bentuk utama: Newton maju dan Newton mundur. $$ P(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)(x - x_1) + \ldots + a_n(x - x_0)(x - x_1) \ldots (x - x_{n-1}) $$

5. Interpolasi Spline Interpolasi spline menggunakan segmen polinomial rendah (biasanya kubik) untuk menghubungkan titik data, memastikan kelancaran pada titik sambungan.

   $$ S(x) = \begin{cases}
   S_0(x) & \text{untuk } x_0 \le x < x_1 \\
   S_1(x) & \text{untuk } x_1 \le x < x_2 \\
   \vdots & \vdots \\ S_{n-1}(x) & \text{untuk } x_{n-1} \le x \le x_n \end{cases} $$

6. Interpolasi Hermite Interpolasi

   Hermite tidak hanya memperhitungkan nilai fungsi pada titik data, tetapi juga kemiringan (turunan pertama) di titik-titik tersebut.

   $$ H(x) = \sum_{i=0}^{n} h_i(x) y_i + h'_i(x) y'_i $$

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Interpolasi metode Newton adalah salah satu teknik interpolasi yang sangat berguna dalam analisis numerik dan berbagai aplikasi ilmiah serta teknis. Metode ini menggunakan konsep perbedaan terbagi untuk membentuk polinomial interpolasi yang dapat memperkirakan nilai fungsi pada titik-titik di antara sekumpulan data yang diketahui. Keunggulan utama dari metode Newton termasuk fleksibilitasnya dalam menangani data yang tidak beraturan dan kemampuannya untuk memperbarui polinomial dengan mudah ketika data baru ditambahkan.

Namun, seperti metode interpolasi lainnya, interpolasi Newton juga memiliki beberapa kelemahan. Tantangan utama termasuk kestabilan numerik yang dapat menyebabkan osilasi pada polinomial interpolasi dan kompleksitas komputasi yang meningkat seiring dengan jumlah titik data. Untuk data dengan noise atau gangguan, hasil interpolasi juga bisa menjadi kurang akurat.

4.2 Saran

1. Peningkatan Kestabilan Numerik
   Untuk mengatasi masalah kestabilan numerik dan osilasi yang tidak diinginkan, disarankan untuk menggabungkan metode interpolasi Newton dengan teknik lain seperti smoothing atau menggunakan interpolasi spline untuk data yang kompleks dan berisik.
2. Optimalisasi Komputasi
   Dalam menangani data yang sangat besar, perlu dilakukan optimalisasi algoritma interpolasi Newton. Ini bisa termasuk penggunaan teknik komputasi paralel atau algoritma yang lebih efisien untuk menghitung perbedaan terbagi.
3. Pemilihan Titik Data yang Tepat
   Pemilihan titik data yang baik sangat penting untuk mendapatkan hasil interpolasi yang akurat. Disarankan untuk melakukan analisis awal terhadap data untuk menentukan titik data yang paling representatif dan menghindari penggunaan titik data yang dapat menyebabkan osilasi.
4. Pengembangan Alat dan Perangkat Lunak
   Pengembangan perangkat lunak yang lebih user-friendly dan alat bantu visualisasi untuk interpolasi Newton dapat membantu praktisi dan peneliti dalam menerapkan metode ini dengan lebih mudah dan efisien.
5. Penerapan pada Berbagai Bidang
   Diharapkan adanya penelitian lebih lanjut tentang aplikasi interpolasi Newton di berbagai bidang seperti teknik, ekonomi, kedokteran, dan ilmu lingkungan. Studi kasus dan penelitian empiris dapat memberikan wawasan yang lebih mendalam tentang keefektifan dan keterbatasan metode ini dalam konteks yang berbeda.
6. Pengajaran dan Dokumentasi
   Untuk meningkatkan pemahaman dan penggunaan interpolasi Newton, disarankan untuk memperbanyak sumber daya pendidikan, termasuk tutorial, modul pembelajaran.

DAFTAR PUSTAKA

Atkinson, K. E. (1989). An Introduction to Numerical Analysis. John Wiley & Sons.

Burden, R. L., & Faires, J. D. (2011). Numerical Analysis (9th ed.). Brooks/Cole.

Cheney, W., & Kincaid, D. (2008). Numerical Mathematics and Computing (6th ed.). Thomson Brooks/Cole.

Conte, S. D., & de Boor, C. (1980). Elementary Numerical Analysis: An Algorithmic Approach (3rd ed.). McGraw-Hill.

Dahlquist, G., & Björck, Å. (2008). Numerical Methods. Dover Publications.

Gerald, C. F., & Wheatley, P. O. (2004). Applied Numerical Analysis (7th ed.). Pearson.

Isaacson, E., & Keller, H. B. (1994). Analysis of Numerical Methods. Dover Publications.

Kress, R. (1998). Numerical Analysis. Springer.

Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., & Flannery, B. P. (2007). Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing (3rd ed.). Cambridge University Press.

Stoer, J., & Bulirsch, R. (2002). Introduction to Numerical Analysis (3rd ed.). Springer.

Trefethen, L. N., & Bau III, D. (1997). Numerical Linear Algebra. SIAM.

Watson, G. A. (1980). Approximation Theory and Numerical Methods. John Wiley & Sons.

Ruggiero, M. A. G., & Lopes, V. C. (2000). Numerical Methods in Science and Engineering: A Practical Approach. CRC Press.

Sauer, T. (2011). Numerical Analysis (2nd ed.). Pearson.

Thijssen, J. M. (2007). Computational Physics (2nd ed.). Cambridge University Press.

template :https://join.if.uinsgd.ac.id/index.php/join/article/view/790/271